Конспект урока математики в 11 классе

Учитель – Терехова Т.И., высшая квалификационная категория

Тема урока: «**Показательная и логарифмическая функция**»
Цели урока: - Обобщить, систематизировать и расширить знания по теме «Показательная и логарифмическая функция»; развивать познавательный интерес учащихся, развивать умение принимать коллективное решение; воспитывать уважение к мнению одноклассников.
Задачи урока: - По графикам производных функций определять характер монотонности функции, учиться находить экстремумы. В задачах В14 по алгоритму аналитически решать задачи на нахождение точек экстремума алгебраических функций.

Тип урока: систематизации и обобщения.
Оборудование и материалы: компьютер в кабинете с проектором и экраном, 5 столов для индивидуальной работы. Каждый обучающийся получает ведомость для занесения результатов работы.
Ход урока.

1. Организационный момент. 2 мин.
   (Слайд 2). Учитель также проецирует изображение на экран и сообщает цели урока: «Ребята, сегодня мы заканчиваем тему «Показательная и логарифмическая функция». Цель нашего урока – обобщить и расширить знания по этой теме. В процессе урока вы получите задания, за каждое из которых также получите баллы. В конце урока мы подведем итоги. Каждый из вас получит отметку».

2. Проверка теоретических знаний учащихся - определения и свойства функций.

Задание 1. Графический диктант (8 баллов) 5 мин
(Слайд 3)

1. Функцию вида y=ax, где a>0 и a≠1, называют показательной функцией.
2. Областью определения логарифмической функции является вся числовая прямая.
3. Областью значений показательной функции является промежуток (0;+∞).
4. Логарифмическая функция при a>1 является убывающей.
5. Функцию вида y =log a x называют логарифмической функцией.
6. Областью определения показательной функции является вся числовая прямая.

7. Областью значений логарифмической функции является промежуток (-∞;+∞).
8. Показательная функция при $0<a<1$ является возрастающей.

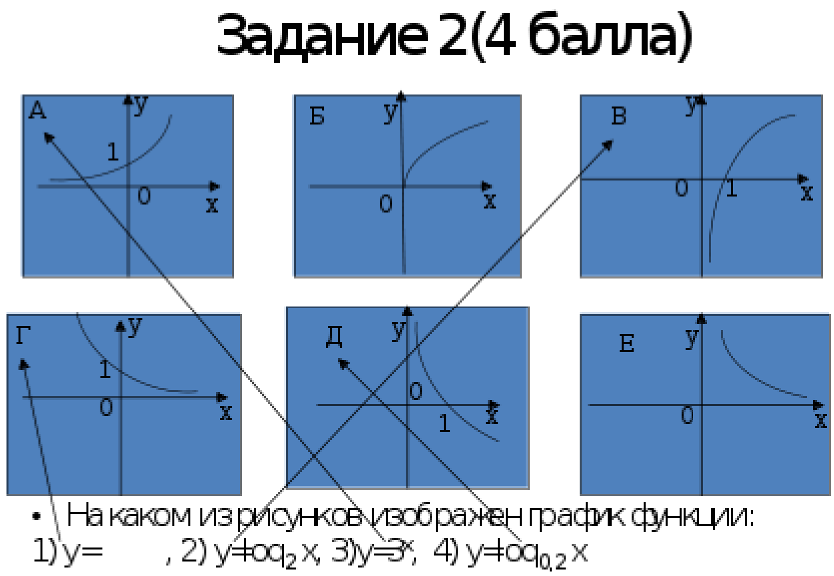
Ответ верно- Λ, неверно-_.

Ответ:Λ_Λ_ _ Λ Λ_

3. Проверка теоретических знаний учащихся - графики функций.

Задание 2. Работа с графиками показательной и логарифмической функции.(4 балла) 5 мин

(Слайд 4)



Стрелки появляются при проверке.

4. Проверка умения учащихся строить графики функций.
5. Проверка умения применять определения логарифма.

Задание 3. Работа на применение определения логарифма.(6 баллов)

5 мин

(Слайд 6):

Вычислите

1. $\log_4 16$
2. $\log_8 2$
3. $\log_{25} 125$
4. $\log_{\frac{1}{7}} 49$
5. $\log_6 \sqrt{6}$
6. $\log_3 81 \sqrt[4]{3}$

Ответы (появляются после выполнения заданий):

1) 2
2) ⅓
3) 1,5

4) -2
5) 0,5
6) 4,25

6. Проверка умений применять свойства показательной функции при решении уравнений и задач.

Задание 5. Выполнение более сложных заданий. (8 баллов) 10-12 мин (Слайд 8)

1. Решите уравнение(2 балла):
$(3^{x^2}-81)\cdot\sqrt{1-x}=0$
2. Решите неравенство(2 балла): $\frac{4x-7}{16^x-32}>0$
3. Решите уравнение (4 балла): $4^{\sin x}+2^{1+\sin x}-8=0$

Учитель показывает правильное решение заданий.
$(3^{x^2}-81)\cdot\sqrt{1-x}=0$

- Решение:

Произведение двух выражений равно нулю, если хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом не теряет смысла.

1) $3^{x^2}-81=0$, $3^{x^2}=3^4$, $x^2=4$, x=2 или x=-2.При x=2 подкоренное выражение отрицательно, значит, число 2 не является корнем исходного уравнения.
2) $\sqrt{1-x}=0$ при x=1.Это число является корнем исходного уравнения, так как выражение $3^{x^2}-81$имеет смысл при любом x.

Ответ: -2; 1.

$$\frac{4x-7}{16^x-32}>0$$

- Решение:

Применим метод интервалов. 4x-7=0 при x=1¾.
 $16^x-32=0$, $2^{4x}=2^5$, 4x=5, x=1¼.Ответ: (-∞;1¼)υ(1¾,+∞).

$4^{\sin x}+2^{1+\sin x}-8=0$

- $2^{2\sin x}+2\cdot2^{\sin x}-8=0$, $2^{\sin x}=t$, $t>0$.

- Решение:

 $t^2+2t-8=0$, $t_1=-4$, $t_2=2$.
$t_1=-4$ не удовлетворяет условию $t>0$.
Вернемся к переменной x, получаем $2^{\sin x}=2$, sinx=1, x= $\frac{\pi}{2}+2\pi n$.
Ответ: $\frac{\pi}{2}+2\pi n$

7. Домашнее задание с инструктажем. 3 мин
(Слайд №9)
Учитель инструктирует учащихся по выполнению домашнего задания
Учащиеся выбирают свой вариант домашнего задания: задания 1 и2 или задание 3.

8. Итоги (Слайд № 10) 2 мин

9. Учитель подводит итоги урока: « Итак, давайте подведем итоги нашей работы. Подсчитайте общее количество баллов.

Поставьте отметку согласно шкале перевода баллов в отметку:

26-30 баллов «5»
20-25 баллов «4»
12-19 баллов «3»
Меньше 12 баллов «2»

Учитель ставит отметку каждому обучающемуся согласно шкале перевода баллов в отметку.

9. Разрыв с классом 1 мин

Учитель показывает слайд 11:

«Благодарю всех за хорошую работу!»

«До свидания!»

Мы повторим теорию производной, свойства производной для исследования графиков функций и её геометрический смысл, если вы хорошо поймете этот материал, то задания у вас никакого затруднения не вызовут и вы решите их с лёгкостью.

Итак, рекомендация — освоить теорию, тогда никакая задача в этой теме затруднений не вызовет.

Итак, что необходимо знать для решения:

1. Таблицу производных и правила дифференцирования.
2. Производную сложной функции.
3. Понятие экстремума (точки минимума, максимума).
4. Свойства производной для исследования функций.

Задачи с логарифмами на нахождение наибольшего (наименьшего) значения функции мы уже рассмотрели. В этой статье рассмотрим три задачи, в которых стоит вопрос нахождения точек максимума (минимума) функций, причём в заданной функции присутствует натуральный логарифм.

Вспомним:

По определению логарифма – выражение стоящее под знаком логарифма должно быть больше нуля. Это обязательно нужно учитывать (не только в данных задачах, но и при решении уравнений и неравенств содержащих логарифм).

Алгоритм нахождения точек максимума (минимума) функции:

1. Вычисляем производную функции.
2. Приравниваем её к нулю, решаем уравнение.
3. Полученные корни разбивают числовую ось на интервалы, отмечаем их.
4. Определяем знаки производной на этих интервалах (подставляем произвольные значения из интервалов в производную).
5. Делаем вывод.

Задача

Найдите точку максимума функции y = ln (x – 11) – 5x + 2.
Сразу запишем, что x – 11 > 0 (по свойству логарифма), то есть x > 11.
Рассматривать функцию будем на интервале (11;∞).
Найдём производную заданной функции:

$$(\ln(x-11)-5x+2)'=\frac{1}{x-11}-5$$

Найдем нули производной:

$$y'=0 \iff \frac{1}{x-11}-5=0$$

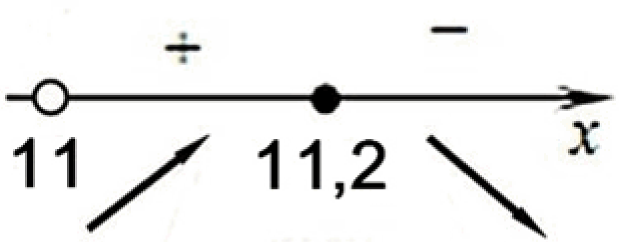
$$x-11=\frac{1}{5}$$

$$x=11{,}2$$

Определим знаки производной функции, подставляя произвольное значение из интервалов (11;11,2) и (11,2;+∞) в найденную производную, и изобразим на рисунке поведение функции:

$$y'(11{,}1)=\frac{1}{11{,}1-11}-5>0$$

$$y'(12)=\frac{1}{12-11}-5<0$$



Таким образом, в точке x = 11,2 функция меняет знак с положительного на отрицательный, значит это искомая точка максимума.
Ответ: 11,2
Решите самостоятельно:
Найдите точку максимума функции y = ln (x + 5) – 2x + 9.

Посмотреть решение

Задача

Найдите точку минимума функции y = 4x – ln (x + 5) + 8.
Сразу запишем, что x + 5 > 0 (по свойству логарифма), то есть x > – 5.
Рассматривать функцию будем на интервале (– 5;+ ∞).

Найдём производную заданной функции:

$$(4x-\ln(x+5)+8)'=4-\frac{1}{x+5}$$

Найдем нули производной:

$$y'=0 \quad \Leftrightarrow \quad 4-\frac{1}{x+5}=0$$

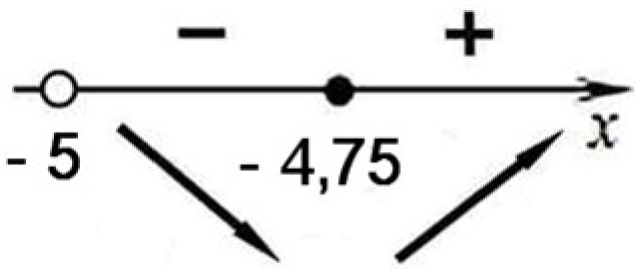
$$x+5=\frac{1}{4}$$

$$x=-4{,}75$$

Определим знаки производной функции, подставляя произвольные значения из интервалов (–5;–4,75) и (–4,75;+∞) в найденную производную, и изобразим на рисунке поведение функции:

$$y'(-4{,}9)=\ 4-\frac{1}{-4{,}9+5}<0$$

$$y'(-4)=\ 4-\frac{1}{-4+5}>0$$



Таким образом, в точке x = –4,75 функция меняет знак с отрицательного на положительный, значит это искомая точка минимума.

Ответ: – 4,75

Решите самостоятельно:

Найдите точку минимума функции y = 2x – ln (x + 3) + 7.

[Посмотреть решение]

Задача

Найдите точку максимума функции $y = x^2 - 34x + 140\ln x - 10$.

По свойству логарифма выражение, стоящее под его знаком больше нуля, то есть x > 0.

Функцию будем рассматривать на интервале (0; +∞).

Найдём производную заданной функции:

$$(x^2-34x+140\ln x-10)'=2x-34+\frac{140}{x}$$

Найдем нули производной:

$$y' = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x - 34 + \frac{140}{x} = 0$$

$$2x^2 - 34x + 140 = 0$$

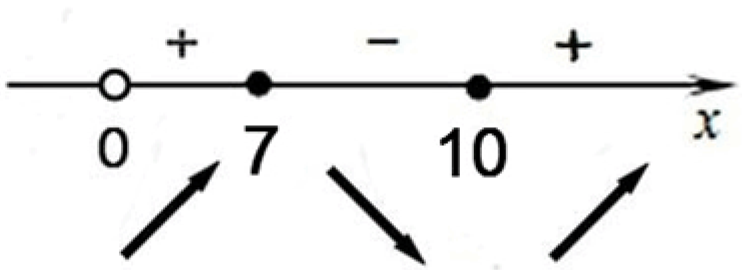
$$x^2 - 17x + 70 = 0$$

Решая квадратное уравнение, получим: D = 9 $x_1 = 10$ $x_2 = 7$.
Ось ох разбивается на интервалы: (0;7) (7;10) (10; +∞).
Определим знаки производной функции, подставляя произвольные значения из полученных интервалов в найденную производную, и изобразим на рисунке поведение функции:

$$y'(5) = 2 \cdot 5 - 34 + \frac{140}{5} > 0$$

$$y'(8) = 2 \cdot 8 - 34 + \frac{140}{8} < 0$$

$$y'(11) = 2 \cdot 14 - 34 + \frac{140}{14} > 0$$



Таким образом, в точке x = 7 функция меняет знак с положительного на отрицательный, значит это искомая точка максимума.
Ответ: 7
Решите самостоятельно:
Найдите точку максимума функции $y = 2x^2 - 13x + 9\ln x + 8$.

Посмотреть решение

В данной рубрике продолжим рассматривать задачи, не пропустите, подпишитесь на обновление блога.
На этом всё. Успехов вам!

Литература

Алгебра и начала анализа. 11 класс : учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / под ред. А.Г.Мордковича. – М.: Мнемозина, 2012