

**муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Остерская средняя школа»**

**Конспект развивающего занятия
«Наглядная геометрия»
Тема: «Замечательные кривые»**

6 класс

*Провела
учитель математики
высшей квалификационной
категории
Терехова Татьяна Ивановна*

с. Остер

По вертикали мы получили слово «кривая». Какие ассоциации у вас возникают с этим словом? Попробуйте изобразить какие-нибудь кривые.

Если внимательно присмотреться к окружающим нас предметам, легко можно заметить, что далеко не все они могут быть изображены на чертеже только с помощью прямых линий. Формы большей части предметов содержат в себе более сложные элементы кривых линий и поверхностей. Здания, машины, механизмы, мебель, одежда, посуда – все содержит в себе эти элементы.

И как вы думаете, о чем сегодня пойдет речь на нашем занятии?

- О кривых!

- Да, но не просто кривых. Посмотрите, раковина моллюска закручена по спирали.



Красиво? Замечательная кривая!

Итак, тема нашего занятия: «Замечательные кривые».

Какая же задача стоит перед нами сегодня? Наверняка возникает вопрос: чем же они замечательны?

В математике много именных фигур, формул, теорем и задач. Это своего рода автографы, оставленные учеными своим потомкам. Они вечны, т.к. в них запечатлены великие идеи, непреходящие открытия. Давайте почувствуем себя в роли научных работников и вслед за гениями древности Фалесом, Евклидом, Пифагором пройдем путь поиска истины.

Мы вместе с вами попробуем провести небольшое исследование. Давайте делиться своими идеями, которые придут вам в голову, и не бойтесь ошибиться, любая мысль может дать нам новое направление поиска. Пусть наши достижения и не покажутся кому-то крупными, но ведь это будут наши собственные достижения!

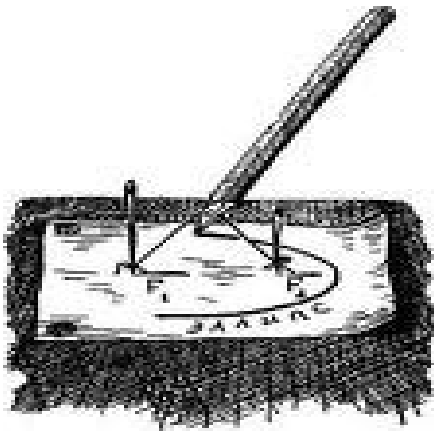
2. Работа в группах. Проведение мини-исследования.

Разделимся на 3 группы, у каждой группы свое творческое задание. Через 15 мин обсудим полученные результаты.

Задание для 1 группы

1. Возьмите плотный лист картона.
2. Прикрепите к нему в двух точках F_1 и F_2 с помощью кнопок нитку, не натягивая ее.
3. Аккуратно натяните карандашом эту нитку. Нарисуйте линию, двигая карандаш и натягивая нитку.

Что у вас получилось?



4. Исследуйте свойства построенной линии по схеме:
- 1) Отметьте на кривой в любом месте точку M . Измерьте расстояния F_1M и F_2M . Найдите $F_1M + F_2M$.
 - 2) Отметьте на кривой в другом месте точку N . Измерьте расстояния F_1N и F_2N . Найдите $F_1N + F_2N$.
 - 3) Повторите исследование еще для любых двух точек кривой. Сделайте вывод.
5. Подумайте, где в нашей жизни мы можем встретить такие кривые?



Эта линия называется **эллипсом** (от греческого ἔλλειψις – недостаток). Название придумал греческий математик Аполлоний Пергский (III – II век до н. э.), использовал в своей книге «Конические сечения». Между прочим, такое построение эллипса впервые предложил в 1686 году Чирнгауз.

Каким свойством обладают все точки эллипса?

«Сумма расстояний от любой точки эллипса до двух заданных точек плоскости (эти точки называются фокусами) постоянна»

Как вы думаете, если увеличить расстояние между фокусами (при неизменной длине нитки), что произойдет с эллипсом?

(Эллипс станет «уже».)

А что произойдет, если фокусы совместить?

(Если фокусы совпадут, то получится окружность – частный случай эллипса.)

Где в нашей жизни мы можем встретить эллипс?

Идёт обмен мнениями. Ребята приводят различные примеры:

1. Когда мы режем наискосок колбасу, огурец, то в сечении получится эллипс.
2. Эллипс имеет самое непосредственное отношение к Вселенной. Еще Иоганн Кеплер (1571 – 1630) – немецкий астроном обнаружил, что планеты Солнечной системы движутся вокруг Солнца не по окружностям, как думали раньше, а по эллиптическим орбитам, причём Солнце находится в одном из фокусов.



3. А ещё, у эллипса есть целый ряд свойств, которые могут иметь самые неожиданные применения. Например, если сделать зеркало в форме эллипса и поместить в одном из фокусов источник света, то лучи, отразившись от зеркала, соберутся в другом фокусе. (демонстрация оптического свойства эллипса <http://www.etudes.ru/utills/swf.php?show=1&id=002>)

Так же распространяются и акустические волны, что используют архитекторы для создания поразительных звуковых эффектов: «говорящих» бюстов, «магического» шепота, «потусторонних» звуков.

Это свойство лежит в основе интересного акустического эффекта, наблюдаемого в некоторых пещерах и искусственных сооружений, своды которых имеют эллиптическую форму: если находиться в одном из фокусов, то речь человека, стоящего в другом фокусе, слышна так хорошо, как будто он находится рядом, хотя на самом деле расстояние велико.

Задание для 2 группы

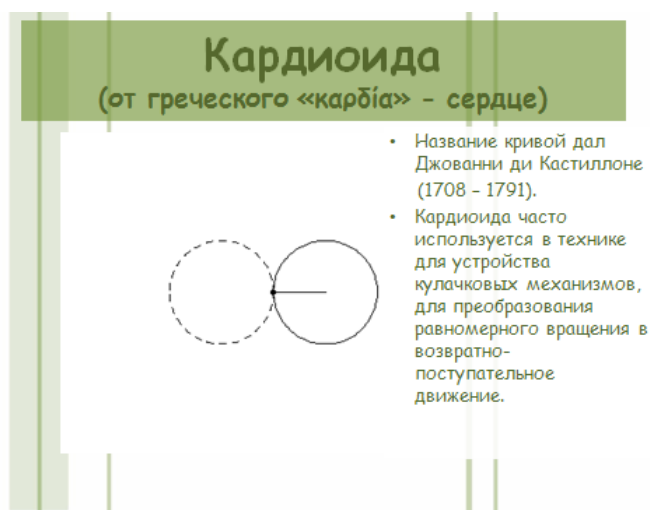
1. Вырежьте два одинаковых картонных круга.
2. Один из них закрепите неподвижно. Второй приложите к первому, отметьте на его краю точку А, наиболее удалённую от центра первого круга.

А

3. Прокатите без скольжения подвижный круг по неподвижному и понаблюдайте, какую линию опишет точка А.
4. Начертите эту линию. Что она напоминает?
5. Сколько оборотов сделает второй круг, к тому времени, когда он вернётся в первоначальное положение?

Это **кардиоида**. Такое название она получила из-за схематичного сходства с сердцем (греческое слово «кардио» (карδία) означает сердце). Название придумал итальянский математик Джованни Кастильони (1708 – 1791).

Демонстрация интерактивной модели.

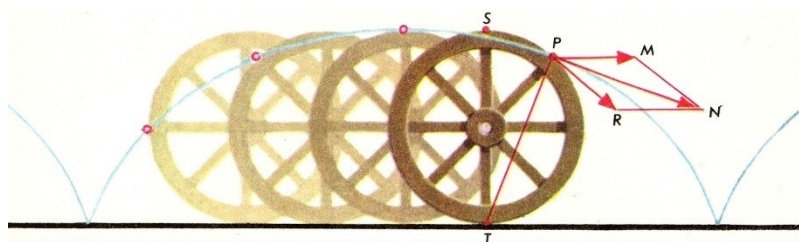


Физкультминутка. Зрительная гимнастика.

Кардиоида часто используется в технике для устройства кулачковых механизмов, для преобразования равномерного вращения в возвратно-поступательное движение.

Задание для 3 группы

1. Вырежьте круг из картона произвольного радиуса.
2. Отметьте на окружности этого круга точку А.
3. Начертите прямую.
4. Прокатите без скольжения круг по этой прямой и проследите за траекторией, которую опишет при этом точка А.



5. Начертите получившуюся кривую.

Она называется **циклоидой** (что по-гречески значит «кругообразная»). Циклоида обладает многими замечательными свойствами. (Видео с сайта <http://www.etudes.ru>)

Помните оранжевые пластмассовые катафоты — светоотражатели, прикрепляющиеся к спицам велосипедного колеса? Прикрепим катафот к самому ободу колеса и [проследим за его траекторией](#). Полученные кривые принадлежат семейству циклоид.

Колесо при этом называется производящим кругом (или окружностью) циклоиды. Но давайте вернемся в наш век и пересядем на более современную технику. На пути байка попался камушек, который [застрял](#) в протекторе колеса. Провернувшись несколько кругов с колесом, куда полетит камень, когда выскочит из протектора? Против направления движения мотоцикла [или](#) по направлению? Нашкамушек полетит по направлению движения. Помните, как Вы катались по лужам на велосипеде без заднего крыла? Мокрая

полоска на вашей спине является житейским подтверждением только что полученного результата.

Век XVII — это век циклоиды. Лучшие ученые изучали ее удивительные свойства. Какая траектория приведет тело, движущееся под действием силы тяжести, из одной точки в другую за [кратчайшее время](#)? Это была одна из первых задач той науки, которая сейчас носит название вариационное исчисление.

Первое, что приходит на ум, — это [прямолинейная](#) траектория. Давайте также рассмотрим [перевернутую циклоиду](#) с точкой возврата в верхней из заданных точек. И, следуя за Галилео Галилеем, — [четвертинку окружности](#), соединяющую наши точки.

Сделаем [бобслейные трассы](#) с рассмотренными профилями и проследим, какой из бобов придет первым.

Дадим старт нашим четверкам. Какой же боб первым придет к финишу? Боб зеленого цвета, катившийся по циклоидальной горке, [приходит первым](#)! Как мы видели, наилучшей траекторией является циклоида.

Еще одна красивая задача, связанная с циклоидой, — задача о таутохроне. В переводе с греческого «тауто» означает одинаковое, «хрона» — время.

Сделаем три одинаковые горки с профилем в виде циклоиды, так, чтобы конец горки приходился в [вершину циклоиды](#). Поставим три боба на [разные высоты](#) и дадим отмашку. Удивительнейший факт — все бобы [приедут вниз одновременно](#)!

Зимой Вы можете построить во дворе горку из льда и проверить это свойство вживую.

Задача о таутохроне состоит в нахождении такой кривой, что, начиная с любого начального положения, время спуска в заданную точку будет одинаковым.

Христиан Гюйгенс доказал, что единственной таутохроной является циклоида.

Конечно же, Гюйгенса не интересовал спуск по ледяным горкам. В то время ученые не имели такой роскоши заниматься науками из любви к искусству. Задачи, которые изучались, исходили из жизни и запросов техники того времени. В XVII веке совершаются уже дальние морские плавания. Но удивительно, что широту моряки умели определять уже достаточно точно, а вот долготу не умели определять совсем. И один из предлагавшихся способов измерения широты был основан на наличие точных хронометров.

Подведение итогов работы. Рефлексия.

Теперь давайте вернемся к нашей ракушке. Мы видим, что она закручена по спирали.



Такая спираль носит название **спираль Архимеда**.

Вы можете представить спираль Архимеда как траекторию муравья, перемещающегося по секундной стрелке часов (демонстрация модели часов, в качестве «муравья» можно использовать маленький магнит).



Архимед использовал свойства этой спирали в задаче о трисекции угла, то есть делении угла на три равные части.

