

**муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
«Остерская средняя школа»**

**Конспект развивающего занятия  
«Наглядная геометрия»  
Тема: «Замечательные кривые»**

**6 класс**

*Провела  
учитель математики  
высшей квалификационной  
категории  
Терехова Татьяна Ивановна*

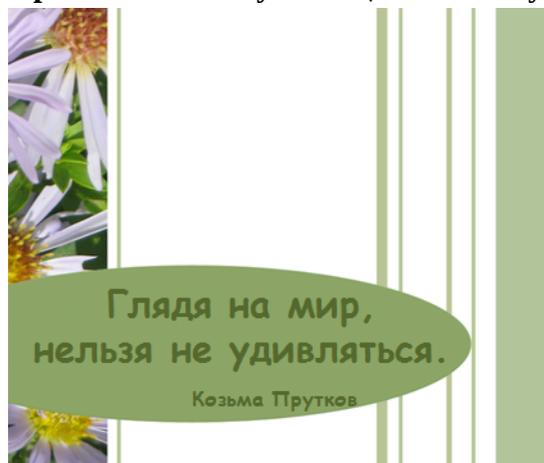
с. Остер

## Цели урока:

1. Образовательная: знакомство с эллипсом, кардиоидой, циклоидой, спиралью Архимеда; развитие представлений о кривых, их свойствах.
2. Воспитательная: выработка умения работать в группах, способности отстаивать свою точку зрения, самостоятельности.
3. Развивающая: развитие навыков исследовательской работы с использованием эксперимента, развитие коммуникативной компетенции учащихся, наблюдения, моделирования, проектирования, планирования действий и анализа полученных результатов; умения работать с соответствующими инструментами; развитие самостоятельности принятия решений; расширение кругозора, привитие интереса к занятиям математикой.

## Ход урока.

### 1. Орг. момент. Актуализация знаний учащихся.



Сегодня мы продолжаем наше увлекательное путешествие в удивительный мир. Мир, который нас окружает: прямоугольник окна, загадочный узор снежинки, капля воды, велосипедная шина... Все, что мы видим вокруг, так или иначе относится к геометрии.

Давайте немного вспомним некоторые геометрические понятия, и может быть, узнаем что-то новое.

### Кроссворд.

1. Утверждение, принимаемое без доказательства.
2. В переводе с греческого – «землемерие».
3. Хорда, проходящая через центр окружности.
4. Прямоугольник, у которого все стороны равны.
5. Геометрический инструмент для измерения углов.
6. Линия, одно из основных понятий геометрии.

### ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ КРОССВОРД

	1	А	К	С	И	О	М	А				
2	Г	Е	О	М	Е	Т	Р	И	Я			
	3	Д	И	А	М	Е	Т	Р				
	4	К	В	А	Д	Р	А	Т				
	5	Т	Р	А	Н	С	П	О	Р	Т	И	Р
	6	П	Р	Я	М	А	Я					

По вертикали мы получили слово «кривая». Какие ассоциации у вас возникают с этим словом? Попробуйте изобразить какие-нибудь кривые.

Если внимательно присмотреться к окружающим нас предметам, легко можно заметить, что далеко не все они могут быть изображены на чертеже только с помощью прямых линий. Формы большей части предметов содержат в себе более сложные элементы кривых линий и поверхностей. Здания, машины, механизмы, мебель, одежда, посуда – все содержит в себе эти элементы.

И как вы думаете, о чем сегодня пойдет речь на нашем занятии?

- О кривых!

- Да, но не просто кривых. Посмотрите, раковина моллюска закручена по спирали.



Красиво? Замечательная кривая!

Итак, тема нашего занятия: «Замечательные кривые».

Какая же задача стоит перед нами сегодня? Наверняка возникает вопрос: чем же они замечательны?

В математике много именных фигур, формул, теорем и задач. Это своего рода автографы, оставленные учеными своим потомкам. Они вечны, т.к. в них запечатлены великие идеи, непреходящие открытия. Давайте почувствуем себя в роли научных работников и вслед за гениями древности Фалесом, Евклидом, Пифагором пройдем путь поиска истины.

Мы вместе с вами попробуем провести небольшое исследование. Давайте делиться своими идеями, которые придут вам в голову, и не бойтесь ошибиться, любая мысль может дать нам новое направление поиска. Пусть наши достижения и не покажутся кому-то крупными, но ведь это будут наши собственные достижения!

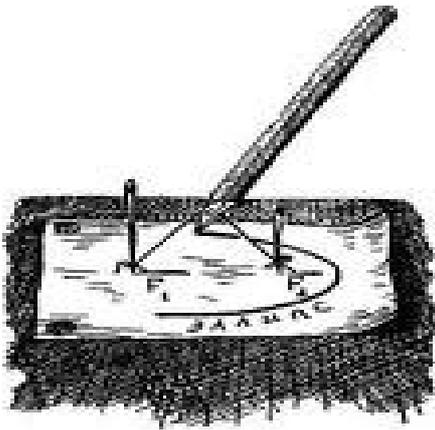
## **2. Работа в группах. Проведение мини-исследования.**

Разделимся на 3 группы, у каждой группы свое творческое задание. Через 15 мин обсудим полученные результаты.

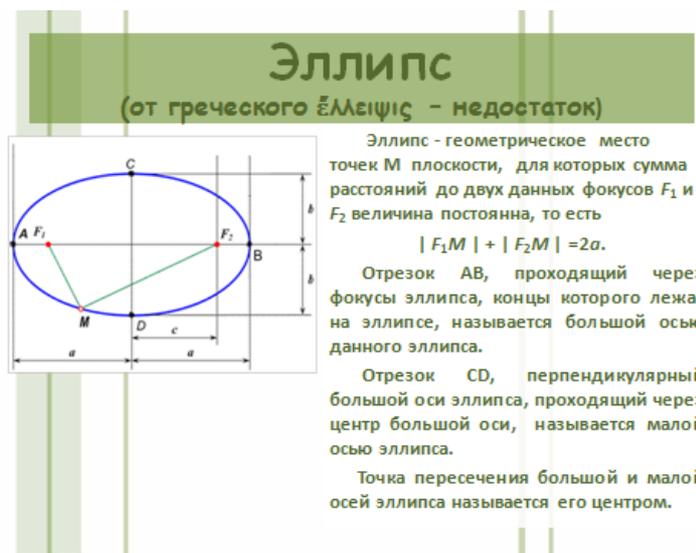
### **Задание для 1 группы**

1. Возьмите плотный лист картона.
2. Прикрепите к нему в двух точках  $F_1$  и  $F_2$  с помощью кнопок нитку, не натягивая ее.
3. Аккуратно натяните карандашом эту нитку. Нарисуйте линию, двигая карандаш и натягивая нитку.

Что у вас получилось?



4. Исследуйте свойства построенной линии по схеме:
- 1) Отметьте на кривой в любом месте точку  $M$ . Измерьте расстояния  $F_1M$  и  $F_2M$ . Найдите  $F_1M + F_2M$ .
  - 2) Отметьте на кривой в другом месте точку  $N$ . Измерьте расстояния  $F_1N$  и  $F_2N$ . Найдите  $F_1N + F_2N$ .
  - 3) Повторите исследование еще для любых двух точек кривой. Сделайте вывод.
5. Подумайте, где в нашей жизни мы можем встретить такие кривые?



Эта линия называется **эллипсом** (от греческого ἔλλειψις – недостаток). Название придумал греческий математик Аполлоний Пергский (III – II век до н. э.), использовал в своей книге «Конические сечения». Между прочим, такое построение эллипса впервые предложил в 1686 году Чирнгауз.

Каким свойством обладают все точки эллипса?

**«Сумма расстояний от любой точки эллипса до двух заданных точек плоскости (эти точки называются фокусами) постоянна»**

Как вы думаете, если увеличить расстояние между фокусами (при неизменной длине нитки), что произойдет с эллипсом?

(Эллипс станет «уже».)

А что произойдет, если фокусы совместить?

(Если фокусы совпадут, то получится окружность – частный случай эллипса.)

Где в нашей жизни мы можем встретить эллипс?

Идёт обмен мнениями. Ребята приводят различные примеры:

1. Когда мы режем наискосок колбасу, огурец, то в сечении получится эллипс.
2. Эллипс имеет самое непосредственное отношение к Вселенной. Еще Иоганн Кеплер (1571 – 1630) – немецкий астроном обнаружил, что планеты Солнечной системы движутся вокруг Солнца не по окружностям, как думали раньше, а по эллиптическим орбитам, причём Солнце находится в одном из фокусов.



3. А ещё, у эллипса есть целый ряд свойств, которые могут иметь самые неожиданные применения. Например, если сделать зеркало в форме эллипса и поместить в одном из фокусов источник света, то лучи, отразившись от зеркала, соберутся в другом фокусе. (демонстрация оптического свойства эллипса <http://www.etudes.ru/utills/swf.php?show=1&id=002>)

Так же распространяются и акустические волны, что используют архитекторы для создания поразительных звуковых эффектов: «говорящих» бюстов, «магического» шепота, «потусторонних» звуков.

Это свойство лежит в основе интересного акустического эффекта, наблюдаемого в некоторых пещерах и искусственных сооружений, своды которых имеют эллиптическую форму: если находиться в одном из фокусов, то речь человека, стоящего в другом фокусе, слышна так хорошо, как будто он находится рядом, хотя на самом деле расстояние велико.

### Задание для 2 группы

1. Вырежьте два одинаковых картонных круга.
2. Один из них закрепите неподвижно. Второй приложите к первому, отметьте на его краю точку А, наиболее удалённую от центра первого круга.

А

3. Прокатите без скольжения подвижный круг по неподвижному и понаблюдайте, какую линию опишет точка А.
4. Начертите эту линию. Что она напоминает?
5. Сколько оборотов сделает второй круг, к тому времени, когда он вернётся в первоначальное положение?

Это **кардиоида**. Такое название она получила из-за схематичного сходства с сердцем (греческое слово «кардио» (карδία) означает сердце). Название придумал итальянский математик Джованни Кастильони (1708 – 1791).

Демонстрация интерактивной модели.

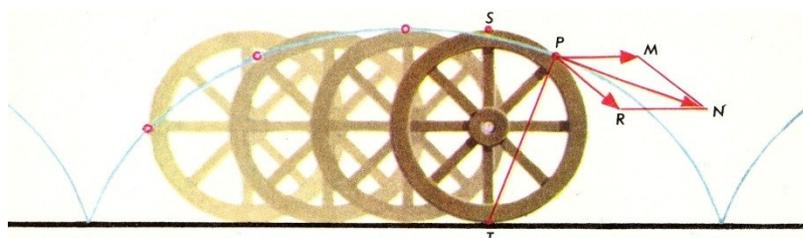


### Физкультминутка. Зрительная гимнастика.

Кардиоида часто используется в технике для устройства кулачковых механизмов, для преобразования равномерного вращения в возвратно-поступательное движение.

#### Задание для 3 группы

1. Вырежьте круг из картона произвольного радиуса.
2. Отметьте на окружности этого круга точку А.
3. Начертите прямую.
4. Прокатите без скольжения круг по этой прямой и проследите за траекторией, которую опишет при этом точка А.



5. Начертите получившуюся кривую.

Она называется **циклоидой** (что по-гречески значит «кругообразная»). Циклоида обладает многими замечательными свойствами. (Видео с сайта <http://www.etudes.ru>)

Помните оранжевые пластмассовые катафоты — светоотражатели, прикрепляющиеся к спицам велосипедного колеса? Прикрепим катафот к самому ободу колеса и [проследим за его траекторией](#). Полученные кривые принадлежат семейству циклоид.

Колесо при этом называется производящим кругом (или окружностью) циклоиды. Но давайте вернемся в наш век и пересядем на более современную технику. На пути байка попался камушек, который [застрял](#) в протекторе колеса. Провернувшись несколько кругов с колесом, куда полетит камень, когда выскочит из протектора? Против направления движения мотоцикла [или](#) по направлению? Нашкамушек полетит по направлению движения. Помните, как Вы катались по лужам на велосипеде без заднего крыла? Мокрая

полоска на вашей спине является житейским подтверждением только что полученного результата.

Век XVII — это век циклоиды. Лучшие ученые изучали ее удивительные свойства. Какая траектория приведет тело, движущееся под действием силы тяжести, из одной точки в другую за [кратчайшее время](#)? Это была одна из первых задач той науки, которая сейчас носит название вариационное исчисление.

Первое, что приходит на ум, — это [прямолинейная](#) траектория. Давайте также рассмотрим [перевернутую циклоиду](#) с точкой возврата в верхней из заданных точек. И, следуя за Галилео Галилеем, — [четвертинку окружности](#), соединяющую наши точки.

Сделаем [бобслейные трассы](#) с рассмотренными профилями и проследим, какой из бобов придет первым.

Дадим старт нашим четверкам. Какой же боб первым придет к финишу? Боб зеленого цвета, катившийся по циклоидальной горке, [приходит первым](#)! Как мы видели, наилучшей траекторией является циклоида.

Еще одна красивая задача, связанная с циклоидой, — задача о таутохроне. В переводе с греческого «тауто» означает одинаковое, «хрона» — время.

Сделаем три одинаковые горки с профилем в виде циклоиды, так, чтобы конец горки приходился в [вершину циклоиды](#). Поставим три боба на [разные высоты](#) и дадим отмашку. Удивительнейший факт — все бобы [приедут вниз одновременно](#)!

Зимой Вы можете построить во дворе горку из льда и проверить это свойство вживую.

Задача о таутохроне состоит в нахождении такой кривой, что, начиная с любого начального положения, время спуска в заданную точку будет одинаковым.

Христиан Гюйгенс доказал, что единственной таутохроной является циклоида.

Конечно же, Гюйгенса не интересовал спуск по ледяным горкам. В то время ученые не имели такой роскоши заниматься науками из любви к искусству. Задачи, которые изучались, исходили из жизни и запросов техники того времени. В XVII веке совершаются уже дальние морские плавания. Но удивительно, что широту моряки умели определять уже достаточно точно, а вот долготу не умели определять совсем. И один из предлагавшихся способов измерения широты был основан на наличие точных хронометров.

### Подведение итогов работы. Рефлексия.

Теперь давайте вернемся к нашей ракушке. Мы видим, что она закручена по спирали.



Такая спираль носит название **спираль Архимеда**.

Вы можете представить спираль Архимеда как траекторию муравья, перемещающегося по секундной стрелке часов (демонстрация модели часов, в качестве «муравья» можно использовать маленький магнит).



Архимед использовал свойства этой спирали в задаче о трисекции угла, то есть делении угла на три равные части.

